

LOS PROCEDIMIENTOS GEOMÉTRICOS DESDE LA DISCIPLINA MATEMÁTICA SUPERIOR.

Autores: *DrC. Yohanna de la Caridad Morales Díaz¹ DrC. María de Lourdes Bravo Estévez², DrC. Domingo Curbeira Hernández³*

Instituto Universidad Metropolitana del Ecuador¹
Universidad de Cienfuegos, Cuba^{2,3}

Correos electrónicos: ymorales@umet.edu.ec
lbravo@ucf.edu.cu
dcurbeira@ucf.edu.cu

Introducción

Desde el punto de vista psicopedagógico el aprendizaje es el cambio que se produce en el individuo, tanto en su conducta como en el conocimiento, ya sea por las experiencias vividas, la manera de entender el mundo o los descubrimientos que la persona realiza y asimila por la aplicación de tales conocimientos para la solución de los diversos problemas que se le presentan en la vida diaria.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, al igual que en otras asignaturas, se debe tener en cuenta el por qué se enseña, a quién y dónde, qué se enseña y en qué momento y cómo lo hacemos, eso no es más que los fundamentos filosóficos, sociológicos y psicológicos de la enseñanza de la Matemática. En general, como objeto de la Matemática, son consideradas todas las formas y relaciones del mundo real que posean objetivamente tal grado de independencia respecto al contenido, que puede ser totalmente abstraída de este último. Los propósitos principales de la Matemática Superior, como disciplina, es lograr la destreza en los estudiantes en la utilización de distintos métodos analíticos, desarrollando un pensamiento lógico y algorítmico. Además, contribuir a que apliquen los principales conceptos y métodos de la Geometría Analítica del Espacio para la identificación y representación de varias superficies, así como en la solución de problemas geométricos sencillos y comprendan como reflejar relaciones cuantitativas y espaciales.

Desde estos postulados, se ratifica la necesidad de integrar los aspectos esenciales desde una concepción histórico-cultural del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido a partir de la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y los

procedimientos de la actividad cognoscitiva se modelan los procedimientos geométricos identificados en el proceso de enseñanza de la Matemática Superior, lo que permite presentar las acciones y operaciones de dichos procedimientos y un conjunto de indicaciones para su implementación. Siendo este el objetivo de este trabajo.

Desarrollo

1. Los procedimientos de la actividad cognoscitiva

Según Talízina (1988), en el proceso de solución de las tareas el individuo, por lo general, no utiliza acciones aisladas, sino sistemas enteros de ellas. Habitualmente, a tal conjunto de acciones que conducen a la solución de tareas de una determinada clase se les denomina modo, procedimiento o método de solución. Dicha autora también refiere que como el proceso de solución de la tarea es desde la actividad cognoscitiva realizada por el hombre, se le llama a ese conjunto de acciones, procedimientos de la actividad cognoscitiva.

Para modelar los procedimientos de la actividad cognoscitiva visto en Talízina (1988), es necesario separar las acciones que los componen, las relaciones entre ellas, para elaborar una prescripción general que asegure la utilización de ese procedimiento en la solución de las tareas propuestas. Además, según la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales se proponen dos modos de modelar la actividad cognoscitiva: el procedimiento teórico-experimental y el análisis de los tipos formados de actividad.

Cuando se modela la actividad cognoscitiva, a partir del procedimiento teórico-experimental, se estructura en cuatro etapas. En la primera, el modelo se basa en el análisis teórico de la solución de los problemas de un tipo determinado y en las dificultades que presentan los estudiantes en la práctica de la enseñanza. La modelación de esta acción indica el objetivo final y los medios para su logro; es decir, se debe incluir el objeto en el concepto y establecer la existencia en los objetos dados de las características (propiedades) necesarias y suficientes.

En la segunda etapa se realiza una verificación experimental del modelo obtenido. Se constata: si todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos, si fue establecido correctamente el orden de su estudio y si el modelo inicial es incompleto o

incorrecto. Todo se realiza sobre la base del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de dicho modelo.

Luego en la tercera, se realiza una elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior. Ya en la cuarta, se realiza la verificación experimental del modelo perfeccionado, lo que se repite hasta lograr el modelo deseado.

En el caso del procedimiento modelado por el modo análisis de los tipos formados de actividad, se caracteriza por ser una actividad mental, generalizada, reducida y automatizada. A través de este modo el estudiante crea la zona de búsqueda en la proposición de problemas para la mediatización de diferentes conceptos actualizando de inmediato, al final del proceso, el sistema de propiedades que puede utilizarse en las condiciones dadas.

Puede verse en Talízina (1988) la clasificación de los procedimientos según sus funciones, el contenido y vías de formación. Los procedimientos, que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada y que como vía, al comienzo forma acciones aisladas que luego se unen, son aplicables en todas las esferas de la actividad cognoscitiva, pues en ellos se asocian las operaciones del pensamiento lógico (comparación, clasificación, identificación); puede ser independiente de una materia determinada, a pesar de que se realiza con la utilización de los conocimientos específicos. A los procedimientos específicos se asocian las habilidades que se utilizan solo en un área determinada del saber.

El procedimiento, al principio se aplica de manera materializada o verbal externa y luego se traslada de manera paulatina al plano mental. De aquí que las tareas encomendadas, se ejecutan teniendo en cuenta no algunas de las acciones sino el procedimiento en su conjunto. El profesor por su parte debe mostrar cómo se ejecuta dicho procedimiento y a su vez dar las explicaciones necesarias para su correcta asimilación, pues al decir de Talízina (1988), la formación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva, al igual que la formación de algunas acciones mentales, está relacionada indisolublemente con la asimilación de los conocimientos.

Cuando se analiza el estado de desarrollo de la enseñanza de la Matemática, según Blanco (2005) se observa la existencia de algunas discrepancias sobre determinados temas. Entre las analizadas por este autor está, la de, si el aprendizaje de la Matemática

es conceptual o procedimental. Blanco (2005) basa su opinión en los diversos criterios sobre el tema, desde el hecho de que la Matemática se aprende haciéndola y la no existencia de unidad en lo que respecta hacia dónde dirigir la enseñanza de la Matemática, hacia los objetos o hacia los procesos.

En la enseñanza de la Geometría, una de las ramas de la Matemática, puede verse de manera reiterada la presencia de los procedimientos de la actividad cognoscitiva. A juicio de León (2011), los procedimientos geométricos son los procedimientos típicos del tratamiento de la geometría que guardan relación con los propios del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, los que se clasifican en algorítmicos y heurísticos.

Los procedimientos geométricos de tipo algorítmico están dados por una secuencia finita de pasos, los cuales permiten la solución del problema geométrico dado. Para algunos autores como Lizarazo (2012), los procedimientos algorítmicos son una sucesión de acciones prefijadas que hay que realizar, donde una cuidadosa y correcta ejecución siempre lleva a una solución segura del problema.

Los procedimientos geométricos heurísticos, según León (2011), son aquellos que orientan hacia la búsqueda y descubrimiento de vías de solución a partir de la analogía, la inducción, la reducción de un problema a otro ya resuelto y la generalización, entre otros. Aquí la sucesión de acciones según Lizarazo (2012) tienen un cierto grado de variabilidad y su ejecución no necesariamente tiene un resultado satisfactorio, aunque luego se procede a la elaboración y organización de las actividades a desarrollar para lograr el fin deseado, en correspondencia con los errores cometidos en dicha ejecución.

De esta manera en la presente investigación se asume, siendo consecuente con lo planteado por Morales y Bravo 2014, que los procedimientos geométricos identificados son modelados a partir del modo teórico-experimental. De acuerdo con sus funciones, se toman los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada; según el contenido, se trabaja con los lógicos; y se utiliza como vía para su formación, la que al comienzo forma acciones aisladas y que luego se unen. Además son procedimientos heurísticos por estar orientados a la búsqueda de vías de solución. Todo esto se implementa con la utilización de una BOA del tercer tipo por las ventajas de la misma, según lo abordado en este capítulo.

En la literatura consultada no se aprecia la utilización de procedimientos geométricos como modos de la actividad cognoscitiva, son escasas las investigaciones que se dedican a la identificación de estos procedimientos y las que lo hacen no parten de la concepción teórica de la materia de estudio, en este caso la Geometría Analítica.

Los procedimientos son tratados como una secuencia de pasos que el estudiante debe cumplimentar para la realización de una tarea, pero no se realiza un análisis de la necesidad y suficiencia de los pasos, que por la complejidad de algunos, se hacen en ocasiones irrealizables. Los procedimientos no son modelados empleando los modos de la actividad cognoscitiva para convertir esos supuestos pasos en verdaderas acciones y operaciones. Además en el tratamiento de estos no se tiene en cuenta la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales para la formación y desarrollo de dichas acciones y operaciones, ni los indicadores de calidad de la acción formada.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, cada contenido por su naturaleza, exige un modo de actuar con características específicas. Para la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, a partir de los problemas fundamentales de la Geometría Analítica, según su concepción teórica y los núcleos de conocimientos de la disciplina, Morales (2014) se identifican los procedimientos geométricos: representar un sólido dada su expresión analítica y determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

2. Los procedimientos geométricos desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de Ingeniería Mecánica

Según los núcleos de conocimientos identificados Morales (2014), se determinan los procedimientos geométricos que, de acuerdo con los objetivos propuestos en cada una de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior, puedan contribuir con el desarrollo de las habilidades espaciales.

La elección de estos procedimientos se sustenta en los criterios planteados por Lehman (1968), Kudriáv'tsev y Demidovich (1989) y Swokowski (2003), los cuales confluyen al partir de que, la Geometría Analítica estudia la relación entre los elementos geométricos y algebraicos, es decir, el análisis de las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos así como la resolución de problemas de esta índole mediante la aplicación

del Álgebra y el Análisis Matemático; bajo este análisis se pueden enunciar dos problemas fundamentales de la Geometría Analítica, estos son:

1. Dada una ecuación interpretarla geoméricamente, es decir, construir su gráfica correspondiente.
2. Dada una figura geométrica o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación. (Lehman, 1968)

Como se aprecia, dichos problemas son esencialmente inversos entre sí. Sin embargo, en opinión de Lehman (1968), ambos están tan estrechamente relacionados que constituyen juntos el problema fundamental de la Geometría Analítica.

Según lo anterior se identifican en el proceso de enseñanza de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica los siguientes procedimientos geométricos:

- Representar un sólido dada su expresión analítica.
- Determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Dichos procedimientos, como se aborda en Morales (2014), fueron modelados a partir del modo teórico-experimental. Para ello se debe separar las acciones que componen el procedimiento, separar las relaciones entre ellas y elaborar una prescripción general que asegure la aplicación del procedimiento a la solución de tareas de la clase correspondiente. Además, tener en cuenta las cuatro etapas para modelar el procedimiento. En la investigación mencionada se describen cada una de las etapas para modelar el procedimiento geométrico, representar un sólido dado su expresión analítica.

En la etapa 1, análisis teórico de la solución de los problemas del tipo seleccionado y las dificultades que presentan los alumnos en la práctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se realiza un análisis, según la Geometría Analítica, de la solución del procedimiento geométrico.

Para representar un lugar geométrico se debe, identificar la dimensión de representación, calcular los elementos que permitan la representación del lugar geométrico, según la expresión analítica dada y analizar si se necesita resaltar u ocultar elementos que posibiliten una mejor comprensión de lo representado.

Las dificultades que de manera reiterada presentan los estudiantes en la solución de este procedimiento son: determinar las superficies que permitan la ubicación del sólido en el primer octante, representar todas las superficies en el mismo sistema de coordenadas,

determinar todas las intersecciones y aplicar las desigualdades, para la obtención final del sólido. El procedimiento que se aplica en esta primera etapa es el que sugiere el libro de texto Calderón y otros (1973), que es el siguiente:

- Trazar cada una de las superficies limitantes.
- Determinar las curvas de intersección de las superficies tomadas dos a dos.
- Reforzar el contorno del sólido por medio de líneas gruesas; continuas las porciones visibles y de trazos las invisibles

En la etapa 2, verificación experimental del modelo obtenido, se analiza sobre la base de los resultados obtenidos en la aplicación del modelo anterior si todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos, si fue correcto el orden de su estudio y si el modelo inicial es incorrecto o incompleto. En la aplicación del modelo los estudiantes necesitan varios impulsos para concretar cada uno de los pasos y no llegan a completar el procedimiento. En general no son satisfactorios los resultados, para la mayoría del grupo de estudiantes.

En la etapa 3, elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior. En esta etapa se transforma el modelo inicial, aumentando el número de acciones:

- Determinar las superficies que limitan el sólido.
- Identificar las superficies que limitan el sólido.
- Trazar cada una de las superficies limitantes.
- Determinar las curvas de intersección de las superficies tomadas dos a dos.
- Reforzar el contorno del sólido por medio de líneas gruesas; continuas las porciones visibles y de trazos las invisibles.

Etapas 4. Verificación experimental del modelo perfeccionado.

Se aplica el modelo perfeccionado y se detectan mejores resultados, aunque no los esperados, por lo que se repite todo el proceso hasta la obtención del modelo deseado. De manera similar es modelado el procedimiento determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica, con la peculiaridad, de que se parte de unas acciones que no están en el libro de texto. En el siguiente apartado se relacionan los modelos finales obtenidos de ambos procedimientos geométricos con sus respectivas acciones y operaciones.

2.1 Acciones y operaciones de los procedimientos geométricos

Como se ha tratado en el apartado anterior, los procedimientos geométricos fueron modelados mediante el modo teórico-experimental, el cual permite de manera experimental la obtención de las acciones y operaciones de los procedimientos, mediante su puesta en práctica con los estudiantes hasta la obtención del modelo deseado, lo que favorece la efectividad del proceso en virtud de los objetivos propuestos. Se hace necesario entonces mostrar los resultados de la modelación realizada para los procedimientos, representar un sólido dada su expresión analítica y determinar la expresión analítica dada su representación gráfica.

Procedimiento geométrico: representar un sólido dada su expresión analítica.

Tabla 1. Acciones y operaciones del procedimiento geométrico representar un sólido dada su expresión analítica.

Acción	Operaciones
Identificar los lugares geométricos que limitan al sólido, dada su expresión analítica.	<ol style="list-style-type: none">1. Analizar la dimensión de representación (2D o 3D).2. Identificar las ecuaciones de los lugares geométricos según las desigualdades, en caso necesario.3. Analizar si la ecuación es cuadrática o lineal.
Trazar una superficie plana dada su expresión analítica.	<ol style="list-style-type: none">1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados.2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados.3. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.
Trazar de una superficie cuádrica dada su expresión analítica.	<ol style="list-style-type: none">1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados.2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados.3. Analizar la simetría respecto a los planos coordenados, ejes de coordenadas y origen.4. Determinar las secciones planas paralelas a los planos coordenados.5. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un

	sistema de coordenadas en el espacio.
Representar gráficamente las rectas y curvas de intersección.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Analizar los puntos comunes entre todas las superficies limitantes tomadas dos a dos. 2. Trazar la recta o curva que contenga esos puntos comunes.
Representar gráficamente el sólido.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Analizar los puntos del espacio que cumplen con la intersección de cada una de las desigualdades. 2. Reforzar el contorno del sólido, por medio de líneas gruesas; continuas las visibles y de trazos las invisibles. 3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para posibles aplicaciones.
Representar las proyecciones en los planos coordenados.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Relacionar la posición del sólido en el espacio con respecto a cada uno de los planos coordenados (vistas: superior, frontal y lateral). 2. Trazar rectas proyectantes paralelas entre sí y perpendiculares al plano de proyección (planos coordenados) por los vértices o varios de los puntos de las curvas que limitan las superficies que forman el sólido. 3. Unir los puntos obtenidos, como la intersección de las rectas proyectantes con los planos de proyección. 4. Identificar las curvas planas resultado de la proyección en el plano correspondiente.

Fuente: elaboración propia.

Procedimiento geométrico: determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Tabla 2. Acciones y operaciones del procedimiento geométrico determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Acción	Operación
--------	-----------

<p>Identificar las ecuaciones de las superficies que limitan el sólido a partir de la representación gráfica.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar si las superficies limitantes son planas o curvas. 2. Determinar interceptos y trazas de cada una de las superficies, con los ejes y planos coordenados respectivamente. 3. Analizar las rectas y curvas de intersección entre las superficies. 4. Identificar si las ecuaciones, de las superficies que limitan el sólido, son lineales o cuadráticas. 5. Escribir la expresión analítica de cada una de las superficies que limitan el sólido.
<p>Determinar las desigualdades.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Analizar la relación entre los puntos que pertenecen al sólido y cada una de las superficies que lo limitan. 2. Expresar esa relación utilizando desigualdades. 3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para determinar algunas de las desigualdades.
<p>Escribir la expresión analítica del sólido.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Integrar las desigualdades para expresarlas lo más racional posible. 2. Expresar con la notación y simbología matemática adecuada la expresión analítica del sólido.

Fuente: elaboración propia.

Los procedimientos antes mencionados son implementados según una base orientadora para la acción del tipo III, Talízina 1988, que se caracteriza por ser generalizada, completa y es elaborada independientemente según los aspectos siguientes:

- Generalizada: puede ser aplicada a procedimientos de representación de superficies, que necesiten la identificación de expresiones analíticas, determinación de elementos de las mismas, establecimientos de relaciones entre las superficies de manera gráfica y analítica.
- Completa: están presentes todas las acciones y operaciones necesarias para el tratamiento del procedimiento geométrico.
- Elaborada independientemente: es elaborada en un principio con la guía del profesor con la participación directa de los estudiantes hasta lograr su independencia.

Los procedimientos geométricos son puestos en práctica, por primera vez, en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica de la disciplina Matemática Superior para Mecánica. Aunque es importante apuntar que desde las enseñanzas anteriores el estudiante conoce, que para obtener la representación gráfica de cualquier lugar geométrico debe determinar ciertos elementos que le permitan realizar el gráfico solicitado. También conocen la representación de cuerpos geométricos a partir de la ubicación de puntos que denotan sus vértices. En el nivel universitario la representación de lugares geométricos en el espacio dada su expresión analítica y viceversa son procedimientos nuevos para el estudiante, de ahí que la mayoría de las acciones de los mismos, también lo sean.

Al respecto, la operación, determinar interceptos con los ejes coordenados, puede ser dominada por la gran mayoría de los estudiantes; aunque puede estar o no, en el plano mental. De ahí que el dominio del proceso de formación de las acciones y las operaciones de estos procedimientos, a partir de la teoría de formación por etapas de las acciones mentales, por parte del docente, sea un referente importante para el aprendizaje de dichos procedimientos. Lo anterior permite conocer de manera diferenciada, la etapa en la cual se encuentran dentro del proceso de formación de estas acciones y operaciones y cómo trabajar en función de completar ese proceso de formación y trabajar entonces en su desarrollo.

Luego del tratamiento de dichos procedimientos en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, se procede a la aplicación de los mismos en la asignatura Matemática II, donde constituyen un medio para la realización de otros procedimientos, específicamente aquellos concernientes al cálculo integral.

Estos procedimientos fueron implementados a través de la aplicación en el proceso de enseñanza de la disciplina Matemática Superior de una Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales, dada por Morales (2014).

Para la aplicación de los procedimientos geométricos modelados deben tenerse en cuenta una serie de indicaciones con vistas a la obtención de resultados satisfactorios en su implementación, lo cual está en correspondencia con la concepción adecuada de un proceso de enseñanza-aprendizaje que contribuya con el desarrollo de las habilidades que se necesitan, en función de lo anterior debe tenerse en cuenta lo siguiente:

- ✓ Determinar el nivel de preparación del estudiante en lo que respecta al dominio de los

conocimientos indispensables para la puesta en práctica de las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos.

- Identificar los conocimientos de los estudiantes en los contenidos precedentes:
 - Identificar lugares geométricos del plano, dada su expresión analítica.
 - Identificar la ecuación de lugares geométricos dada su representación gráfica.
 - Determinar los elementos necesarios para la representación gráfica de lugares geométricos en el plano.
 - Representar gráficamente lugares geométricos en el plano.
 - Representar puntos en el espacio.
 - Representar cuerpos geométricos en el espacio dadas las coordenadas de sus vértices.
- ✓ Establecer el nivel de preparación que poseen los estudiantes en las acciones y operaciones que se describen en la propuesta, pues para desarrollar las habilidades espaciales se hace necesario el dominio de las acciones y operaciones que se proponen.
 - Tener en cuenta que la calidad de la acción formada depende de:
 - La estructura del proceso de enseñanza-aprendizaje.
 - El tipo de orientación que se ofrezca.
 - El sistema de condiciones que garantice la formación de la acción.
 - El nivel de preparación debe estar relacionado con los indicadores de calidad de la acción formada.
 - La forma en que se realiza la acción (externa, verbal, mental).
 - El grado de generalización.
 - La capacidad del sujeto de poder explicar lo que ha hecho y por qué lo ha hecho.
 - La solidez o permanencia de la acción en el tiempo.
- ✓ Estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento por parte del alumno, teniendo en cuenta el sistema de acciones a realizar en cada momento de la actividad cognoscitiva.
 - Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procedimientos lógicos del pensamiento.
 - Ejemplificar al alumnado la utilización de las diferentes acciones que conforman la propuesta.

- Plantear tareas en cuya resolución se requiera el uso de las acciones y operaciones presentadas, teniendo en cuenta los siguientes aspectos: variedad, representatividad, complejidad, formulación lingüística, carácter abierto y las aplicaciones a la vida práctica.
 - Proponer actividades que contengan las características siguientes: utilización de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos, tanto de manera parcial como total; diferentes grados de dificultad en función de los niveles de asimilación del conocimiento y elegir expresiones analíticas de sólidos similares a modelos de piezas y objetos reales del futuro entorno laboral del estudiante.
 - Propiciar el debate y la reflexión individual y/o colectiva del proceso de resolución seguido por cada estudiante, lo que se revertirá en el desarrollo de sus conocimientos geométricos.
 - Estimular el éxito del estudiante en cada etapa como medio de motivación para continuar en el empeño de la actividad a través del factor psicológico.
 - Atender a la diversidad en el aula, de forma que cada estudiante se sienta plenamente realizado en la tarea, acorde a sus particularidades.
- ✓ Prestar especial atención en la interiorización del procedimiento por parte del estudiante y que no sea una reproducción mecánica del mismo, lo que indudablemente llevaría al fracaso.
- Tener presente en este aspecto algunos elementos que intervengan en la transición de una etapa a otra en la formación de las acciones:
 - Dependencia de la base orientadora.
 - Necesidad de un modelo, objeto o esquema.
 - Explicación de lo que hace.
 - Aplicación de la acción o parte de ella a la solución de otros procedimientos.
 - El tiempo empleado en cada etapa.
 - Tener presente que los estudiantes tienden a:
 - Abandonar de manera rápida las etapas. (La acción en el plano externo se tiene que realizar en forma suficientemente amplia, para una transición segura de la acción al plano mental)
 - Intentar reducir la acción, cuando aún depende de la BOA.
 - Intentar automatizar la acción, antes de que esté en el plano interno.

- ✓ Evaluar el nivel de desarrollo de la habilidad de los estudiantes teniendo en cuenta la complejidad de las tareas que es capaz de solucionar, su grado de independencia en el proceso de resolución de la misma, la utilización con precisión y rapidez de las acciones, así como la fundamentación de las mismas y la solución correcta con el rigor adecuado en cuanto al uso de la terminología y simbología matemática, además de las alternativas de trabajo que se proponen.
 - Tener en cuenta que para la evaluación de los procedimientos geométricos, resulta más productivo evaluar por acciones y operaciones. Esto facilita:
 - Tener un mejor control del proceso.
 - Tener identificadas dónde están las mayores dificultades.
 - Caracterizar mejor a los estudiantes.
 - Tener mayor claridad del progreso o retroceso de los estudiantes.
 - Propiciar en los estudiantes el proceso de autoevaluación en la implementación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos, en correspondencia con los siguientes aspectos:
 - ¿En qué acción se encuentran?
 - ¿Necesitan aún de las indicaciones?
 - ¿Necesitan de la representación gráfica para identificar una superficie?
 - ¿Necesitan realizar la discusión de una superficie para representarla? Entre otras.

El profesor, además debe centrar su atención en qué debe diagnosticar en aras de una búsqueda de los verdaderos problemas que serán objeto de incidencia al aplicar la estrategia, para así lograr mejores resultados y contribuir con el cumplimiento del objetivo para el cual fue creada la misma.

Conclusiones

Se asume la Matemática Superior en la formación del ingeniero mecánico, como una de las disciplinas del ciclo básico, al proveer de sólidos conocimientos y herramientas necesarias para el posterior enfrentamiento de las ciencias de ingeniería y redundando de manera eficaz en los modos de actuación de este profesional.

Los modos y procedimientos de la actividad cognoscitiva permiten, identificar el modo teórico-experimental para modelar los procedimientos geométricos y clasificarlos, según las funciones en aquellos que permitan analizar independientemente todos los

fenómenos particulares de la esfera dada, según el contenido en lógicos y los que al comienzo forman acciones aisladas que posteriormente se unen, según la vía de formación.

La formación por etapas de las acciones mentales constituye la base teórica para el proceso de interiorización de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y concebir el desarrollo de las habilidades espaciales desde la manifestación de sus componentes con las imágenes mentales.

Referencias bibliográficas.

Calderón García, J., Díaz Duque, J., & Varela Marcelo, M. (1973). *Complementos de geometría analítica*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Blanco Sánchez, R. (2005). *Las investigaciones sobre Didáctica de la Matemática. Contexto científico y social*. Recuperado el 8 de Junio de 2013, de <http://www.monografias.com/trabajos19/didactica-de-matematica/didactica-de-matematica.shtml>

Kudriávstsev, V. A., & Demidovich, B. P. (1989). *Breve curso de Matemáticas superiores*. Moscú: Editorial MIR.

Lehman, C. H. (1968). *Geometría analítica*. La Habana: Instituto cubano del libro.

León González, J. L. (2011). *Estrategia Didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas Conrado Benitez García.

Lizarazo Gómez, C. (2012). *Modelo didáctico para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en las carreras de Ingeniería*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias. Holguín: Universidad Oscar Lucero Moya.

Morales Díaz, Y. C., (2014). *El desarrollo de las habilidades espaciales, desde la Matemática Superior, en los estudiantes de Ingeniería Mecánica*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias. Cienfuegos: Universidad Carlos Rafeal Rodríguez.

Morales Díaz, Y. C., & Bravo Estévez, M.L. (2014). Las habilidades espaciales y los procedimientos geométricos desde la enseñanza de la Matemática Superior. *Universidad y Sociedad* [seriada en línea], 6 (1). pp. 14-24. Recuperado el 26 de Junio de 2014, de <http://rus.ucf.edu.cu/>

Morales Díaz, Y. C., & Bravo Estévez, M.L. (2013). El desarrollo de habilidades desde los fundamentos de la didáctica de la Matemática. *Universidad y Sociedad* [seriada en línea], 5 (2). Recuperado el 26 de Junio de 2014, de <http://rus.ucf.edu.cu>

Morales Díaz, Y., Bravo Estévez, M. d., & Cañedo Iglesias, C. (2013). La enseñanza de la matemática en Ingeniería Mecánica para el desarrollo de habilidades. *Pedagogía Universitaria*, 18(4), 75-90.

Swokowski, E. W. (2003). *Cálculo con geometría analítica* (Vol. II). La Habana: Editorial Félix Varela.

Talízina, N. F. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso.